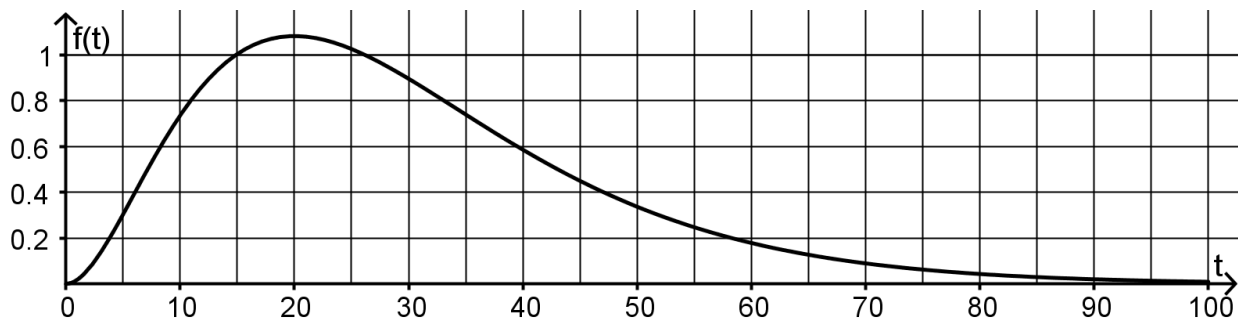


Abiklausur 2007 NRW

Wachstum einer Fichte

Durch die Funktion f mit $f(t) = 0,02 \cdot t^2 \cdot e^{-0,1t}$ wird das Wachstum einer Fichte in Abhängigkeit von der Zeit t (gemessen in Jahren) beschrieben. Dabei gibt $f(t)$ nicht die Höhe, sondern die Wachstumsgeschwindigkeit in Metern pro Jahr (zum Zeitpunkt t) an. Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat eine frisch eingepflanzte Fichte eine Höhe von ca. 20 cm.

Fichte (Längenwachstum in Meter/Jahr)



- a) Berechnen Sie den Funktionswert von f an der Stelle $t = 30$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.
Beschreiben Sie anhand des Graphen von f , wie sich die Fichte im Laufe der Jahre entwickelt.
- b) Bestimmen Sie rechnerisch das Alter, in dem die Fichte am stärksten wächst.
Geben Sie zudem die größte Wachstumsgeschwindigkeit an.
Es gilt: $f''(t) = 0,0002 \cdot (t^2 - 40t + 200) \cdot e^{-0,1t}$. Nachweis nicht erforderlich!
- c) Begründen Sie anhand des Graphen von f , dass die Fichte nach 20 Jahren weniger als 20 Meter hoch ist.
- d) Zeigen Sie, dass $F(t) = -0,2 \cdot (t^2 + 20t + 200) \cdot e^{-0,1t}$ eine Stammfunktion von f ist.
Berechnen Sie die zu erwartende Höhe der Fichte nach 20 Jahren.
- e) Begründen Sie durch Eigenschaften der Funktion f , dass F eine Wendestelle hat.
- f) In einem Lexikon steht, dass bestimmte Fichtenarten bis zu 60 m hoch werden können.
Ermitteln Sie, welche Höhe eine Fichte, deren Wachstum durch die Funktion f beschrieben wird, maximal erreichen kann (gerundet auf ganze Meter).