

Schwimmbad

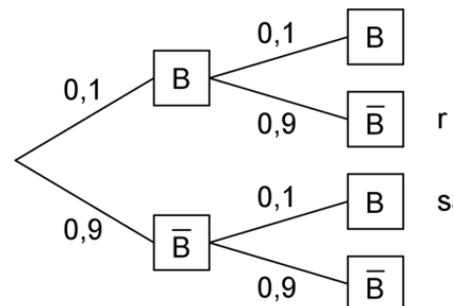
GK-Klausur von 2019 zum Thema Stochastik

Für ein Schwimmbad besitzen 2000 Personen eine Jahreskarte. Für einen bestimmten Tag beschreibt die Zufallsgröße X die Anzahl der Jahreskartenbesitzer, die das Schwimmbad besuchen. Vereinfachend soll davon ausgegangen werden, dass X binomialverteilt ist. Dabei beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Jahreskartenbesitzer an diesem Tag das Schwimmbad besucht, 10 %.



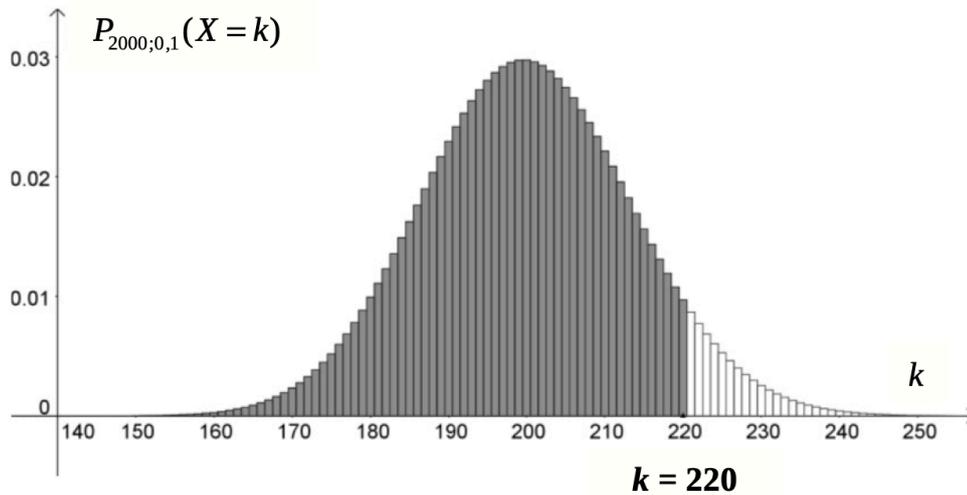
- a)
- (1) Es gilt $P(X = 210) \approx 2,2 \%$. **Interpretieren** Sie diese Aussage im Sachzusammenhang.
 - (2) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 210 Jahreskartenbesitzer das Schwimmbad besuchen.
 - (3) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von X höchstens um eine halbe Standardabweichung vom Erwartungswert der Zufallsgröße abweicht.
 - (4) **Bestimmen** Sie die größte natürliche Zahl k , für die die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weniger als k Jahreskartenbesitzer das Schwimmbad besuchen, kleiner als 10 % ist.

(5) **Beschreiben** Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, das durch das abgebildete Baumdiagramm dargestellt wird. **Geben** Sie ein Ereignis **an**, dessen Wahrscheinlichkeit $1 - (r + s)$ beträgt.



(2 + 3 + 6 + 4 + 4 P)

b) Die folgende Abbildung zeigt das Histogramm zu $P_{2000;0,1}(X = k)$



(1) **Beschreiben** Sie im Sachzusammenhang eine Fragestellung, die zu der im Histogramm dargestellten Situation passt.

(2) **Bestimmen** Sie die im Histogramm dunkel dargestellte Wahrscheinlichkeit auf vier Nachkommastellen genau.

(3 + 2 P)

c) Auf dem Gelände des Schwimmbades wird ein Kiosk betrieben. Der Besitzer nimmt vereinfachend an, dass jeder Gast, unabhängig davon, ob er eine Jahreskarte besitzt oder nicht, entweder 4 €, 12 € oder gar kein Geld an seinem Kiosk ausgibt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast 4 € ausgibt, betrage 50 %, die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast 12 € ausgibt, betrage 30 %.

(1) Am betrachteten Tag besuchen 660 Personen das Bad. **Bestimmen** Sie die Höhe der Einnahmen, mit denen der Besitzer des Kiosks rechnen kann.

(2) **Berechnen** Sie, welche Einnahmen der Kioskbetreiber von den Jahreskartenbesitzern an einem normalen Tag erwarten kann.

(3 + 4 P)

d) Die Schwimmbadleitung hat die Außenanlagen komplett umgestaltet. Nun hofft sie, dass sich die Wahrscheinlichkeit dafür erhöht hat, dass ein zufällig ausgewählter Jahreskartenbesitzer an einem Tag, der mit dem in der Einleitung genannten vergleichbar ist, das Schwimmbad besucht. Daher zählt sie an einem solchen vergleichbaren Tag die Anzahl der Besucher mit Jahreskarte. Falls es 215 oder mehr sind, will die Schwimmbadleitung davon ausgehen, dass die Umbaumaßnahmen wirksam waren.

(1) X sei die in a) betrachtete Zufallsgröße. **Ermitteln** Sie $P_{2000,0,1}(X \geq 215)$ und **erläutern** Sie die Bedeutung des Wertes im Sachzusammenhang.

Die getroffenen Maßnahmen mögen Erfolg gehabt haben. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Jahreskartenbesitzer an dem betrachteten Tag das Schwimmbad besucht, betrage nun 12 %. Für diesen Tag beschreibt die neue Zufallsgröße Y die Anzahl der Jahreskartenbesitzer, die das Schwimmbad besuchen. Dabei sei $p_{neu} = 0,12$ und $n = 2000$. Vereinfachend soll wieder davon ausgegangen werden, dass Y binomialverteilt ist.

(2) **Ermitteln** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Schwimmbadleitung in der vorliegenden Situation die Wirksamkeit der Umbaumaßnahmen falsch beurteilt.

(5 + 4 P)