

Solaranlage

LK-Klausur zum Thema ganzrationale Funktionen

Eine Familie will ihren Bedarf an Wärmeenergie (thermischer Energie) für Heizung und Warmwasser teilweise durch eine thermische Solaranlage (kurz: Solaranlage) decken. Anhand der Angaben des Solaranlagenherstellers und der Verbrauchswerte der Familie aus dem letzten Kalenderjahr wurde das folgende Modell für ein beispielhaftes Kalenderjahr aufgestellt.



Die **Leistung der Solaranlage** wird durch die Funktion f mit der Gleichung

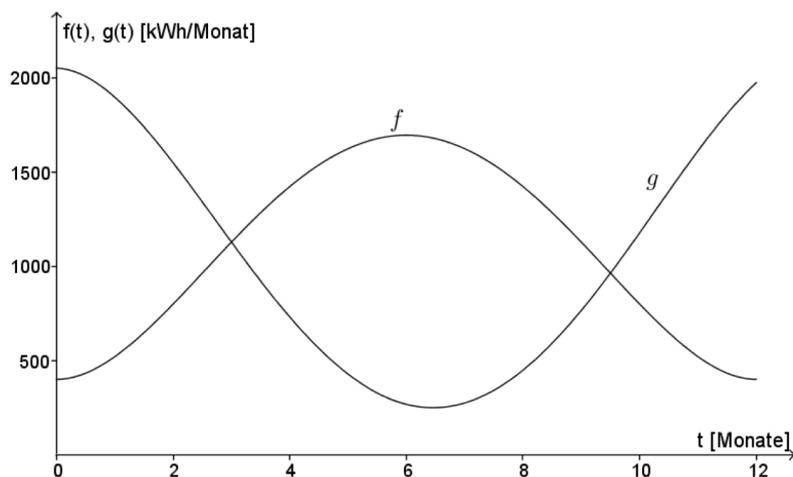
$$f(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 400, t \in \mathbb{R}$$

und der thermische **Leistungsbedarf** der Familie (kurz: Leistungsbedarf) durch die Funktion g mit der Gleichung

$$g(t) = -t^4 + 26t^3 - 167,5t^2 - 12,5t + 2053, t \in \mathbb{R}$$

modelliert, und zwar für das Zeitintervall $[0,12]$, das dem Kalenderjahr entspricht. Dabei fasst man t als Maßzahl zur Einheit 1 Monat und $f(t)$ sowie $g(t)$ als Maßzahlen zur Einheit 1 Kilowattstunde pro Monat (kWh/Monat) auf. Im Modell umfasst jeder Monat 30 Tage. Der Zeitpunkt $t = 0$ entspricht dem Beginn des Kalenderjahres.

Die Graphen von f und g sind in der Abbildung dargestellt.



- a)
- (1) **Vergleichen** Sie die Graphen von f und g im Sachzusammenhang.
 - (2) **Bestimmen** Sie den Zeitpunkt der maximalen Leistung der Solaranlage und **berechnen** Sie den Maximalwert.
 - (3) **Ermitteln** Sie den Zeitpunkt im Intervall $[0,12]$, zu dem der durch g beschriebene Leistungsbedarf der Familie innerhalb dieses Kalenderjahres am stärksten abnimmt.

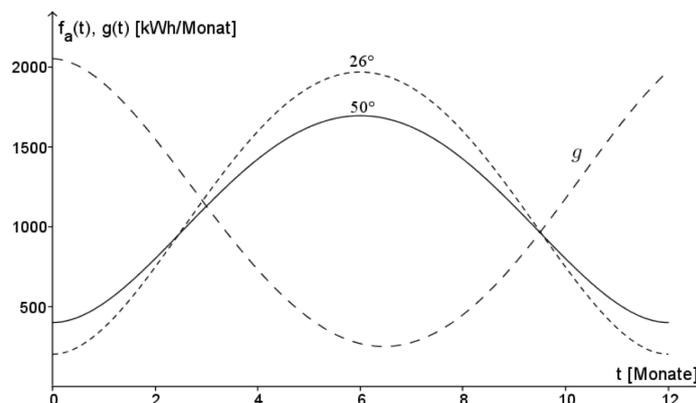
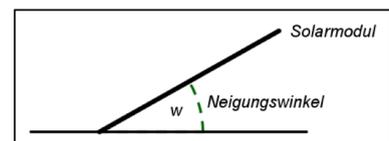
(5 + 8 + 9 P)

b) Durch das Integral $\int_a^b f(t) dt$ ist im Sachzusammenhang die **aus der Solaranlage im Zeitintervall $[a, b]$ abrufbare Energie** und durch das Integral $\int_a^b g(t) dt$ der **Energiebedarf der Familie im Zeitintervall $[a, b]$** für $0 \leq a < b \leq 12$ in Kilowattstunden (kWh) gegeben.

- (1) **Berechnen** Sie den Energiebedarf der Familie für das Kalenderjahr.
- (2) Im Intervall $[3; 9,5]$ wird der Leistungsbedarf der Familie zu jedem Zeitpunkt durch die Solaranlage gedeckt. Die den Bedarf übersteigende Leistung der Solaranlage soll in diesem Zeitraum zusätzlich zum Heizen eines Gartenpools genutzt werden. **Ermitteln** Sie die Energie, die zum Heizen des Gartenpools im Intervall $[3; 9,5]$ zur Verfügung steht.

(4 + 6 P)

c) Die Leistung der Solaranlage ist abhängig von der Neigung der aufgestellten Solarmodule. Die Funktion f_a mit der Gleichung $f_a(t) = a \cdot (t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 400) - 400 \cdot (a^2 - 1)$, $t \in \mathbb{R}$, $0,5 \leq a \leq 1,5$, modelliert im Intervall $[0, 12]$ diese Leistung für ein Kalenderjahr, wobei der Parameter a eine Kennzahl für die Neigung der Solarmodule ist. Jedem Wert des Parameters a kann über die Gleichung $w = 116 - 66 \cdot a$ die Maßzahl für den entsprechenden Neigungswinkel in Grad zugeordnet werden. In der Abbildung sind beispielhaft für zwei Werte von a die Graphen der jeweils zugehörigen Funktion f_a sowie der Graph von g dargestellt.



- (1) **Zeigen** Sie, dass f eine der Funktionen f_a ist, und **berechnen** Sie den zugehörigen Neigungswinkel w der Solarmodule.
- (2) **Weisen** Sie **nach**, dass die in einem Jahr aus der Solaranlage abrufbare Energie für $a = 1,364$ (d. h. $w \approx 26^\circ$) am größten ist.
- (3) Der Solaranlagenhersteller behauptet, dass eine Solaranlage mit einem Neigungswinkel von 50° den Energiebedarf der Familie (ohne Heizung des Gartenpools!) in dem Kalenderjahr besser deckt als eine Solaranlage mit einem Neigungswinkel von 26° . **Begründen** Sie diese Behauptung anhand der Graphen in der Abbildung. Eine Rechnung wird hier nicht verlangt.

(4 + 9 + 5 P)