

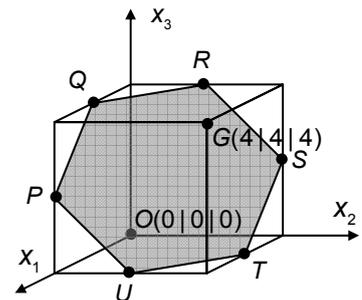
Name: _____

Abiturprüfung 2007

Mathematik, Grundkurs

Aufgabenstellung:

Der rechts abgebildete Würfel mit der Kantenlänge 4 [LE] hat die gegenüberliegenden Ecken $O(0|0|0)$ und $G(4|4|4)$. Er wird durch eine Ebene E so in zwei Teile zerlegt, dass als Schnittfläche das grau gefärbte regelmäßige Sechseck entsteht, dessen Ecken die Mittelpunkte $P(4|0|2)$, $Q(2|0|4)$, $R(0|2|4)$, $S(0|4|2)$, $T(2|4|0)$ und $U(4|2|0)$ von sechs Würfelkanten sind.



a) Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Ebene E in Parameterform.

Geben Sie eine Gleichung der Ursprungsgeraden OG an.

Zeigen Sie, dass die Gerade OG die Ebene E rechtwinklig schneidet, und berechnen Sie den Schnittpunkt M . (16 Punkte)

[Zur Kontrolle: $E: x + y + z = 6$, $M(2|2|2)$]

b) Zeigen Sie, dass das Dreieck PMQ mit $M(2|2|2)$ gleichseitig ist. Bestimmen Sie seinen Flächeninhalt.

Berechnen Sie den Umfang des Sechsecks und seinen Flächeninhalt. (12 Punkte)

[Zur Kontrolle: Das Dreieck PMQ hat den Flächeninhalt $2\sqrt{3}$ FE.]

c) Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide, die das Sechseck als Grundfläche und den Punkt G als Spitze hat, und berechnen Sie, wie viel Prozent des Würfelvolumens die Pyramide einnimmt. (8 Punkte)

d) Zeigen Sie, dass die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}$, in der Ebene E liegt.

Bestimmen Sie die gemeinsamen Punkte der Geraden g und der Sechsecksfläche und ermitteln Sie die besondere Lage von g bezüglich des Sechsecks. (14 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung